3. Gyakorlat

1. **feladat**
   Integrál az előző gyakorlatról, ha nem maradt megoldatlan, akkor oldjuk meg a következő feladatot. Számítsuk ki először egy m tömegű, egyenletes tömegeloszlású rúd tehetetlenségi nyomatékát az egyik végpontjára állított, a rúdra merőleges tengelyre. Az eredményt felhasználva határozzuk meg az x-tengely és az $y = 1 - x^2$ parabóla határolta, ρ egyenletes felületi sűrűségű lemez tehetetlenségi nyomatékát az x tengelyre vonatkozóan!

2. **feladat**
   Legyen $\mathbf{n}$ egy egységvektor, $\mathbf{r}$ pedig egy tetszőleges vektor.

   a.) Mutassuk meg, hogy $\mathbf{a} = \mathbf{r} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})$ vektor merőleges $\mathbf{n}$ vektorra.

   b.) Számítsuk ki az $\mathbf{a}$ vektor hosszát!

   c.) Milyen hosszú a $\mathbf{b} = \mathbf{n} \times \mathbf{r}$ vektor?

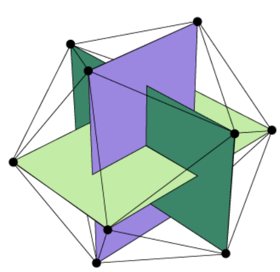
   d.) Mutassuk meg, hogy az $\mathbf{n}$ körül φ szöggel elforgatott $\mathbf{r}$ vektort a következőképpen adhatjuk meg

   $$\mathbf{r}' = \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}) + (\mathbf{r} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})) \cos(\varphi) + (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) \sin(\varphi)$$

   .

3. **feladat**
   Milyen hosszú az $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ vektor, ahol $\mathbf{a}$,$\mathbf{b}$ tetszőleges vektorok.

4. **feladat**
   Ikozaédert a következőképpen szerkeszthetünk: vegyünk három egybevágó téglalapot, amelyek oldalai az aranymetszés szabályai szerint aránylanak egymáshoz. Helyezzük el az ábra szerint és kössük össze a megfelelő téglalpok sarkait.



   a.) Adjuk meg az ikozaéder csúcspontjainak a Descartes koordinátáit, ha az origót a centrumba választjuk!

   b.) Fejezzük ki az test egy élének a hosszát a téglalp egyik oldalának a hosszával!

   c.) Mekkora a test köréírható gömb sugara?

   d.) Mekkora a testbe írható gömb sugara?

   e.) Határozzuk meg, hogy az origóbol két szomszédos csúcspontba húzott egyenes mekkora szöget zár be egymással!